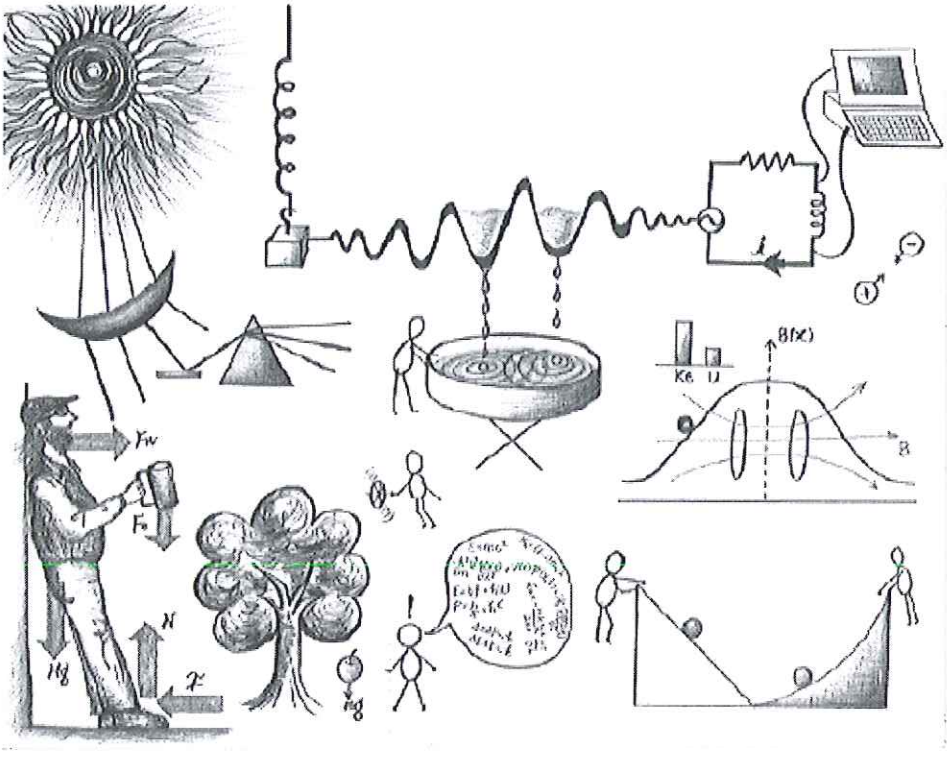
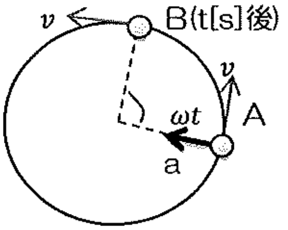
The　円運動・単振動



第八学習社

＜等速円運動＞

等速円運動……円周上を一定の速さで動く運動。



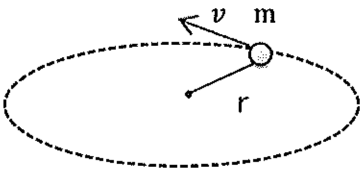
角速度ω　：１秒あたりの回転角。　$v=$＿＿＿＿＿＿

周期Ｔ　：１周あたりに掛かる時間。$T=$＿＿＿＿＿＿

加速度ａ　：円の中心向きに生じる。　$a=$＿＿＿＿$=$＿＿＿＿

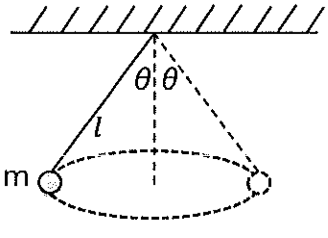
向心力Ｆ　：円の中心向きの力。　$F=$＿＿＿＿$=$＿＿＿＿

1 運　糸につながれた質量mの小球が、滑らかな水平面上で半径r[m]、速さv[m/s]で等速円運動している。



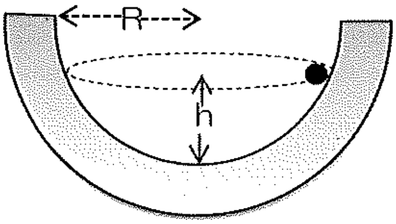
① 等速円運動の角速度ω[rad/s]を求めよ。
② １回転するのにかかる時間（周期）T[s]はいくらか。
③ １秒間で回転する回数（回転数）n[Hz]はいくらか。
④ 加速度の大きさはいくらか。また、向きを答えよ。
⑤ 半径方向の運動方程式を立て、張力Ｓを求めよ。

2　図の様に長さ l の糸の一端が天井に固定されている。糸の先端につけた質量ｍのおもりが、鉛直方向に対して角度 θ を保って、等速円運動している。重力加速度の大きさをｇとして、次の問いに答えよ。



① 円運動の半径を求めよ。
② 張力Ｓを求めよ。
③ 角速度ωを求めよ。
④ 周期Ｔを求めよ。

3　半径Ｒのなめらかな半球面上で質量mの小球が底からの高さｈで等速円運動している。重力加速度の大きさをｇとして、次の問いに答えよ。



① 小球が半球面から受ける垂直抗力の向きと大きさを求めよ。
② 円運動する小球の角速度を求めよ。
③ 円運動する小球の速さを求めよ。
④ 円運動の周期Ｔを求めよ。

＜鉛直面内の円運動（Not 等速）＞

① 半径方向で運動方程式　　② エネルギー保存

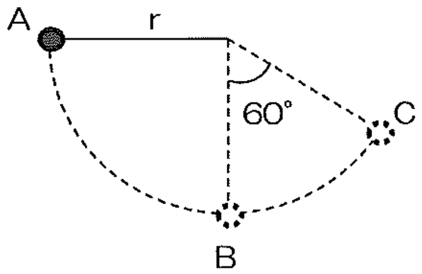
円軌道から外れる時。

A　糸が緩む　→　張力＝0

B　面から離れる　→　垂直抗力＝0

※：円運動に限らず、糸が緩んだり、面から離れる現象一般で使える。

4 長さ r の糸に質量mの小球を結び、糸を水平にして点 A で静かに離す。次の問いに答えよ。ただし、重力加速度の大きさを g とする。



① 小球が最下点 B を通過する瞬間の速さを求めよ。

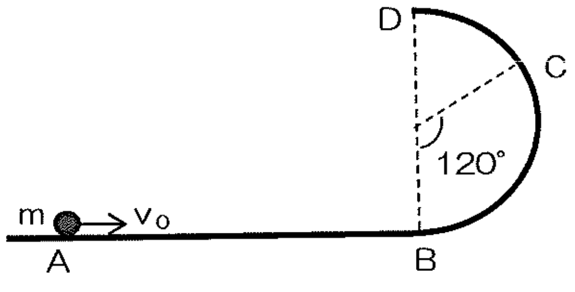
② 最下点 B での糸の張力 T_B はいくらか。

③ 小球が点 C を通過する瞬間の速さはいくらか。

④ 点 C での糸の張力 T_C はいくらか。

⑤[難] 小球を一回転させるためには、点 A で小球に初速度 v_0 を与えればよい。v_0 の最小値を求めよ。

5 なめらかな水平面 AB に半径 r のなめらかな半円筒 BCD が続いている。質量mの小球が初速度 v_0 で A から B に向かって動き出した。重力加速度の大きさを g として、次の問いに答えよ。



① 小球が B を通過する直前に受ける垂直抗力の大きさを求めよ。

② 小球が B を通過した直後に受ける垂直抗力の大きさを求めよ。

③ 小球が C を通過する瞬間に受ける垂直抗力の大きさを求めよ。

④ 小球が D を通過するためには v_0 はいくら以上でなければならないか。

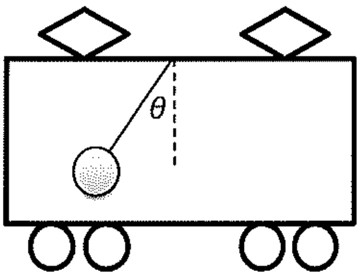
⑤ 小球が C で円筒面から離れた時の v_0 の大きさを求めよ。

＜慣性力＞

大きさ　→　mα
向き　　→　観測者の加速度と逆

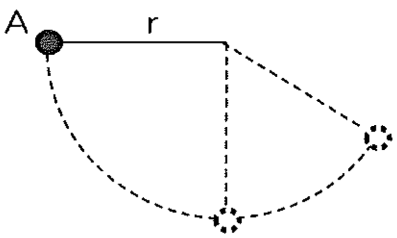
遠心力……慣性力の一種。円運動する物体の上に観測者を乗せた時に使う。
→　通常の力に加えて遠心力を書き込み釣り合いの式を立てる。

6　水平右向き加速する電車の中に振り子をつり下げたところ、振り子は鉛直より角θだけ傾き、電車に対して静止していた。重力加速度の大きさをｇとして次の問いに答えよ。



① 地上の観測者から見て、電車の加速度の大きさを求めよ。
② 電車内の観測者から見て、電車の加速度の大きさを求めよ。

7　長さｒの糸に質量mの小球を結び、糸を水平にして点Ａで初速度ｖを与えて離す。小球を一回転させるために必要な初速度の大きさを求めよ。重力加速度をｇとする。



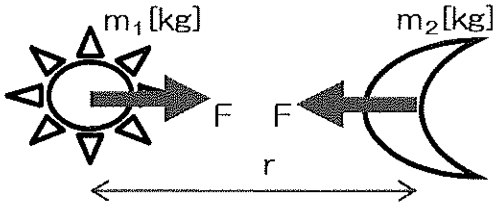
＜万有引力・ケプラーの法則＞

万有引力

F＝＿＿＿＿＿＿＿　(G：万有引力定数[N·m²/kg²])

万有引力による位置エネルギー

U＝＿＿＿＿＿＿＿

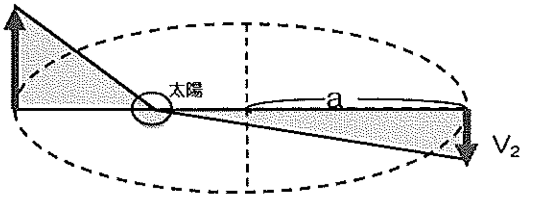


●ケプラーの法則（太陽以外の天体でも使える）

第一法則：太陽の周りの惑星は楕円軌道。
　　　　　太陽が焦点

第二法則：面積速度一定
　　　　（右図で二つの三角形の面積は等しい）

第三法則：各惑星で(―)が一定
　　　　　（a：半長軸、T：周期）



8　地表から鉛直上方へ質量 m[kg]の小物体を打ち上げる。地球は半径 R[m]、質量 M[kg]の一様な球で、万有引力定数を G[N·m²/kg²]とする。（大阪市大・改）

① 地上での重力加速度の大きさを、G、R、M を用いて表せ。

② 物体の速度が地球の中心 O から 2R の距離にある点 A で 0 になるためには、初速 v_0[m/s]をどれだけにすればよいか。

③ 物体が点 A で静止した瞬間、物体に OA に垂直な方向の速度v[m/s]を与えると、物体が O を中心とする等速円運動を始めた。次の問いに答えよ。

(ア)　vを g、R を用いて表せ。

(イ)　この円運動の周期 T_0を g、R を用いて表せ。

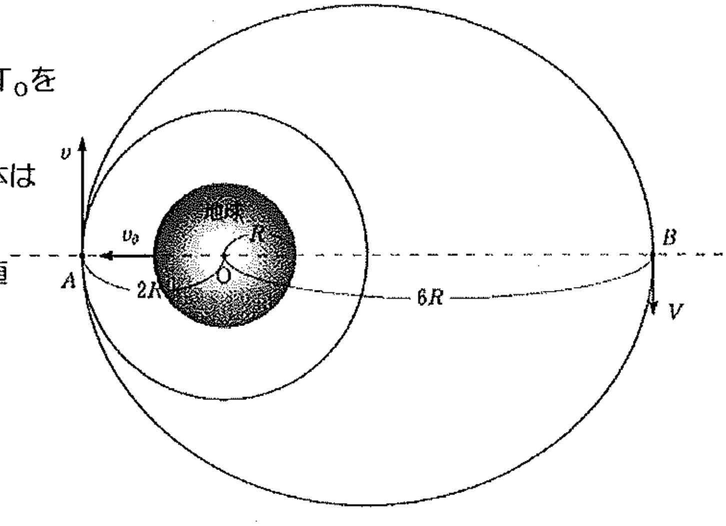
④ vが③(ア)で求めた値からずれると、物体の軌道は楕円になる。物体が図の AB を長軸とする様な楕円軌道を描いた時について、次の問いに答えよ。

(ア)　点 B における速さ V[m/s]をvを用いて表せ。

(イ)　vを M、R、G で表せ。

(ウ)　この楕円軌道の周期を T_0を用いて表せ。

⑤ vを十分大きくすると、小物体は楕円軌道を描かず無限遠方へ飛び去る。この時のvの最小値を求めよ。



＜単振動＞

・復元力……変位に比例する力。単振動の原因　$\boxed{F=-K(x-x_0)}$　→　単振動

・力のつり合いの位置（加速度ゼロ）が単振動の中心 x_0 である。
　また、速さが最大となるのも単振動の中心である。

・変位 x＝　　　　　　　　　（A：振幅　ω：角振動数）

・周期 T＝　　　　　　　・加速度 a＝　　　　　　　　・最大の速さ v_{max}=

【単振動問題の解き方】

① x 軸上の任意の点（変位が x の位置）で力を全て書く。

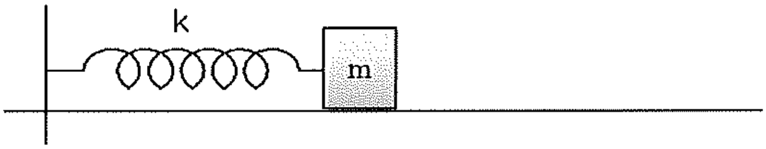
② 運動方程式 ma=F を立てる。（※：この時、右辺を $-K(x-x_0)$ の形にする）

③ 加速度 $a=-m\omega^2(x-x_0)$ を代入し、両辺を比べる（$m\omega^2=K$）

④ ωを求め、周期 T を出す。

T＝

9　なめらかな水平面上に質量m[kg]の物体を置き、これにバネ定数 k [N/m]のバネをつけて他端を壁に固定する。バネを自然長から r [m]引いて放すと、物体は振動する。バネが自然の長さであるときの物体の位置を原点とし、バネが伸びる向きを正とする。



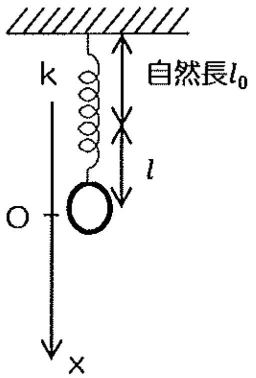
① バネが x [m]伸びた位置における物体の加速度は何[m/s²]か。

② 物体の振動の周期と振幅を求めよ。

③ 単振動の最大の速さを求めよ。

④ バネの伸びが r /2［m］になるのは、手を離してから何［s］後か。
　また、その時の速さを求めよ。

10　図の様に自然長が l_0 であるバネの一端を天井に固定し、もう一端を質量mの小球に取り付けて静止させた。つぎの問いに答えよ。



① 静止させた状態で自然長からの伸び l を求めよ。

次に、バネの長さを自然長にした状態まで物体を持ち上げ、手を離した所、物体は単振動した。

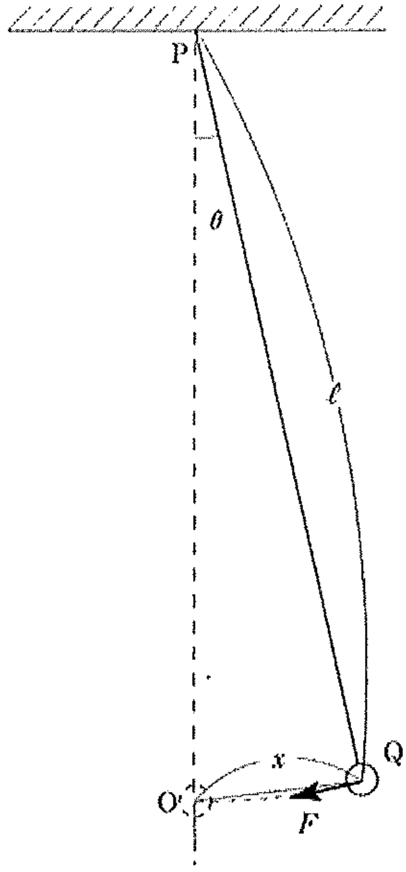
② 単振動の振幅を求めよ。

③ 物体が位置 x で受ける力の合力 F を求めよ。

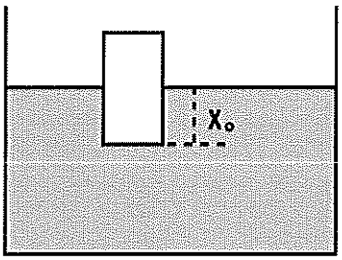
④ 単振動の周期を求めよ。

⑤ 単振動する物体の最大の速さを求めよ。

11　天井の点Pに長さlの軽い糸の上端を固定し、下端に質量mの小球を取り付けて、円直面内で振動させた。右図はつりあいの位置Oからの変異がxとなった瞬間を表している。この時、QをOに戻そうとする力。すなわち復元力Fの大きさはθ、m、gを用いると$\boxed{\ 1\ }$と書ける。θが十分に小さい場合、経路は直線と考えてよく、この往復運動はOを中心とする単振動とみなすことができる。したがって、変位xはlとθを用いると$\boxed{\ 2\ }$となる。この時、Fはm、g、l、xを用いて表すと$\boxed{\ 3\ }$となる。そこで、運動方程式から、加速度aはg、l、xを用いて$\boxed{\ 4\ }$と書ける。これを単振動の公式a=$\boxed{\ 5\ }$と比べると、角振動数ωは$\boxed{\ 6\ }$と与えられる。従って、単振り子の周期はg、lを用いて表すと$\boxed{\ 7\ }$となる。これから、単振り子の周期は[①糸の長さ、②角度、③おもりの重さ]と関係している事が分かる。



12　底面積S、高さLの円柱状の木片を、木片よりも十分大きな水槽の水に浮かべて、それの運動について考える。木片は水中を抵抗なくなめらかに運動し、水面の揺れや表面張力は無視する。また、すべての運動は鉛直方向のみを考え、横揺れや回転運動等はしないとする。水の密度をρ、木片の密度を$\rho/4$、重力加速度の大きさをgとして、次の問いに答えよ。



（1）図1のように、木片が静止しているとき、水面から木片の底面までの深さx_0を求めよ。

（2）静止した状態から木片がxだけ沈んでいる時、木片が受ける合力を下向きを正として求めよ。

（3）木片を静止状態からわずかに水中に押し下げ、静かに離したところ、木片は上下に単振動を始めた。単振動の周期を求めよ。

（4）次に木片の上面が水面と同じになるまで押し下げ、静かに離した。すると、図2のように木片は水中から完全に飛びだし、水面から木片の底面までの高さがhになるまで上昇した。高さhを求めよ。